

## Similariteit en keuze

door P. FRANÇOIS\*

### I. INLEIDING

In de keuze tussen alternatieven wordt verondersteld dat de similariteit tussen keuzeobjecten een belangrijke rol speelt bij het bepalen van keuzeprobabiliteiten.

In deze bijdrage wordt een overzicht gegeven van modellen die deze similariteitshypothese incorporeren en van de verbeteringen die deze modellen in een reeks toepassingen verwezenlijkt hebben, in vergelijking met klassieke keuzemodellen. Tenslotte wordt verwezen naar het verband tussen de assumpties die aan de basis liggen van deze modellen en bevindingen op het vlak van informatieverwerkingsonderzoek.

In deze inleidende paragraaf worden vooreerst de toepassingsmogelijkheden van keuzemodellen omschreven.

#### *A. Toepassingsmogelijkheden voor keuzemodellen*

Daar Marketing tot doel heeft transacties tussen consument en producent tot stand te laten komen, rijst de fundamentele vraag hoe de keuze van een consument voor een merk kan verklaard worden, en hoe deze transactie gunstig kan beïnvloed worden. Verschillende onderzoekers hebben zich de laatste jaren toegelegd op het formuleren en gebruiken van keuzemodellen in verscheidene domeinen, met het individu als observatie-eenheid, zoals bv. D. McFadden op het gebied van de schatting van de vraag naar openbaar vervoer (Domencich en McFadden (1975)).

---

\* Departement voor Toegepaste Economische Wetenschappen, K.U. Leuven.

Een keuzemodel kan vrij algemeen voorgesteld worden als het functioneel verband tussen de keuze (of keuzeprobabiliteit) van een alternatief (object, merk) door een persoon, en een reeks kenmerken (attributen, dimensies) van dat alternatief, de persoon en eventuele andere alternatieven waaruit die persoon kan kiezen. Het doel van de onderzoeker bestaat erin ten eerste vast te stellen welke dimensies van het alternatief en welke kenmerken (socio-economische of andere) van het individu een statistisch significante invloed uitoefenen op de uiteindelijke keuze. Maar het gebruik van keuzemodellen reikt veel verder. Daar men over een wiskundig verband beschikt tussen keuzeprobabiliteit (of marktaandeel) en een reeks al dan niet manipuleerbare verklarende variabelen, wordt het mogelijk deze variabelen zodanig te beïnvloeden dat het effect op de keuze kan geoptimaliseerd worden.

Deze mogelijkheid werd dan ook door Marketing onderzoekers benut om bv. het marktaandeel (of beter gezegd, het keuzeaandeel) van een nieuw produkt te voorspellen. Dit resulteerde in de publikatie van verschillende nieuwe-produktmodellen, die tot doel hebben de dimensies van een produkt zodanig te specificeren, dat het marktaandeel gemaximaliseerd wordt. (Batsell en Lodish (1981); Albers en Brockhoff (1977); Burger, Gundee en Lavidge (1981); Green, Carroll en Goldberg (1981); Zufryden (1979); Urban (1975); Silk en Urban (1978); Hauser en Urban (1977)).

Het resultaat van de toepassing van zo'n model is dan ook een "optimaal" produkt, met de beste combinatie van de produkt dimensies, die in het keuzemodel opgenomen werden. Keuzemodellen bieden de mogelijkheid om de grotere steekproefvariabiliteit in de variabelen te benutten voor de evaluatie van alternatieve strategieën (in dit geval, de positionering van een nieuw produkt), in tegenstelling tot de marktaandeelmodellen van bv. Naert en Bultez (1973), waar geen rekening gehouden wordt met cross-sectionele variabiliteit. Een uitgewerkt voorbeeld hiervan kan men vinden in Jain en Mahajan (1979). Deze auteurs kunnen het effect op het marktaandeel van een bestaande of nieuwe supermarkt in een bepaalde wijk berekenen, door de positionering van een supermarkt te wijzigen op dimensies zoals prijs, assortimentsbreedte, afstand tot de wijk, enz...

De geschatte parameters van een keuzemodel kunnen ook als dusdanig gebruikt worden voor segmentatiedoeleinden, voor zover deze coëfficiënten individueel beschikbaar zijn. Op basis van deze parameters, die het belang weergeven dat individu  $i$  hecht aan bepaalde produktattributen, kunnen dan groepen van consumenten onderschei-

den worden ("benefit" segmenten) (Rao en Winter (1978); Westin en Watson (1975); Currim (1981)). Het onderkennen van verschillende segmenten laat dan ook toe "optimale" produkten te ontwerpen per segment (Hauser en Urban (1977)).

## B. Een voorbeeld

Centraal in de voorgestelde methodologie voor evaluatie van nieuwe produkt-ideeën staat het keuzemodel. De meest gebruikte keuzemodellen in Marketing zijn onderhevig aan een methodologisch probleem dat in de engelstalige literatuur bekend staat onder de benaming "Independence from Irrelevant Alternatives" assumptie (verder afgekort als IIA). Bij de illustratie van dit probleem zal gebruik gemaakt worden van het volgend keuzemodel:

$$P_{ij} = e^{V_{ij}} / \sum_{j=1}^n e^{V_{ij}} \quad (1)$$

waarbij:  $P_{ij}$  = probabiliteit dat individu  $i$  alternatief  $j$  kiest

$V_{ij}$  = "nut" (mate van voorkeur) van alternatief  $j$  voor individu  $i$

$n$  = aantal alternatieven waarover individu  $i$  beschikt

$$V_{ij} = \sum_{k=1}^{\lambda} \beta_k \cdot X_{ijk} \quad (2)$$

$\beta_k$  = belang van attribuut  $k$  (te schatten coëfficiënt)

$X_{ijk}$  = waarde voor attribuut  $k$  van alternatief  $j$  (objectief of perceptueel), toegekend door persoon  $i$

$\lambda$  = aantal attributen in het keuzemodel

Laat ons veronderstellen dat het keuzegedrag van persoon  $X$  kan voorgesteld worden door dit "Logit"-model, toegepast op de produktcategorie personenwagens. Veronderstel dat deze persoon drie attributen gebruikt bij zijn keuze van een wagen: zuinigheid, comfort en duurzaamheid. Hij evalueert drie verschillende merken op deze drie attributen, op een schaal van 1 (zeer slechte evaluatie op deze dimensie) tot 5 (zeer goed) (Tabel I), in de veronderstelling dat deze ten minste als een intervalschaal kan beschouwd worden.

TABEL I  
*Gegevensmatrix voor een keuzemodel*

merk/attribuut	komfort	zuinigheid	duurzaamheid	$V_i$	$P_i$	$P'_i$
A	4	2	3	3.8	.23	.19
B	3	4	2	4.7	.57	.46
C	2	3	4	3.65	.20	.16
D	3.9	2.1	2.9	3.815	—	.19
$\beta$	.5	.75	.1			

Daar het nut van merk B, berekend volgens vergelijking (2), het grootst is, is de keuzeprobabiliteit (cfr. (1)) ook het grootst.

Stel nu dat een vierde producent een alternatief D op de markt brengt, dat van onze proefpersoon bijna dezelfde scores krijgt als merk A. De keuzeprobabiliteiten moeten herberekend worden daar de noemer in de keuzefunctie (1) veranderd is: de keuze gaat nu over 4 alternatieven. De herberekende probabiliteiten  $P'$  tonen aan dat het verlies in marktaandeel voor de 3 merken A, B en C recht evenredig is met hun aandeel vóór de introductie van D, zonder rekening te houden met de similariteit tussen D en zijn concurrenten. In tegenstelling tot de voorspelling van het Logit-model (1), hebben verschillende auteurs, waarvan later sprake, de volgende (similariteits-)hypothese vooropgesteld: het verlies in marktaandeel van een bestaand alternatief is evenredig met de similariteit tussen dit alternatief en het nieuwe alternatief<sup>1</sup>. Men zou in bovenstaand geval dus verwachten dat vooral merk A zou lijden onder de introductie van D, in die mate zelfs dat het aandeel van A (23%) zou gelijk verdeeld worden over A en D. We stellen integendeel vast dat merken B en C ook verliezen, alhoewel B bv. leider is op de markt. Dit fenomeen is te wijten aan de IIA-veronderstelling. Deze is een gevolg van de mathematische structuur van o.a. het Logit-model. Deze structuur houdt in dat de ratio van twee keuzeprobabiliteiten onafhankelijk is van andere alternatieven, zoals uit vergelijking (1) voor twee alternatieven  $j$  en  $k$  kan afgeleid worden:

$$P_{ij}/P_{ik} = e^{V_j}/e^{V_k} = e^{(V_j - V_k)}$$

In de volgende sectie zal een overzicht gegeven worden van een aantal studies, waarin de respectievelijke auteurs gepoogd hebben via een “verbeterd” model deze similariteitshypothese te incorporeren. De resultaten van deze studies zullen voorgesteld, en waar mogelijk, verge-

leken worden met de klassieke, IIA-onderhevige, modellen. Er moet wel op gewezen worden dat weinig empirisch werk werd verricht om na te gaan of de verschuivingen van Tabel I bv. zich ook in de realiteit in deze richting voordoen. (Huber, Payne en Puto (1982), Huber en Puto (1982)). De vergelijking tussen modellen gebeurde vooral op basis van voorspellingsfouten of "goodness-of-fit".

## II. VERGELIJKING VAN MODELLEN

### A. *Overzicht*

In wat volgt zal elk model dat tegemoet komt aan de eisen van de similariteitshypothese een "non-IIA" model genoemd worden, omdat het niet onderhevig is aan de IIA-assumptie. Het Logit-model (1) is bv. wel een IIA-model<sup>2</sup>. De non IIA-modellen omvatten naast compensatorische ook niet-compensatorische specificaties.

Onder compensatorische modellen verstaat men keuzefuncties, zoals (2), waarbij een slechte score op een attribuut (bv. comfort) kan gecompenseerd worden door een goede score op een ander attribuut (bv. zuinigheid), met als resultaat dat een slechte score niet automatisch hoeft te leiden tot de eliminatie van dat alternatief, ook niet als het om het belangrijkste attribuut gaat. Alternatieven worden vergeleken op het uiteindelijke nut, niet op de individuele attributen. In de literatuur verschenen zowel aangepaste Logit modellen (Batseli (1981, 1982), Meyer en Eagle (1980, 1982); Meyer en Louvière (1981), Huber en Sewall (1982), Gaudry en Wills (1979), Rummerlhart en Greeno (1971)) als Probit modellen (Hausman en Wide (1978), Currim (1982)).

De niet compensatorische modellen waarvan hier sprake zijn van het lexicografische type<sup>3</sup> (Tversky (1972) en Tversky en Sattath (1977)). Een lexicografisch model gaat sequentieel te werk: alle alternatieven worden vergeleken per attribuut, vertrekkende met het meest belangrijke, en die alternatieven worden geëlimineerd, die niet aan een minimum-eis voldoen, of die niet het best scoren op deze dimensie, totdat er tenslotte één alternatief weerhouden wordt.

In het Logit en het Probit model wordt verondersteld dat het nut van een alternatief uit twee componenten bestaat:

$$U_i = V_i + \varepsilon_i \quad (3)$$

met  $V_i$  = gemiddelde, niet-stochastische component van het nut

$\varepsilon_i$  = stochastische afwijkingsterm

$U_i$  = totaal (niet-meetbaar) nut van alternatief  $i$ .

Het alternatief zelf wordt dus als een stochastisch object beschouwd, waarvan het nut verdeeld is rond de gemiddelde waarde  $V_i$ . De beslissingsregel van een individu volgens deze twee modellen is echter deterministisch: het alternatief met het hoogste nut  $U_i$  wordt altijd gekozen. De probabiliteit dat alternatief  $i$  gekozen wordt is dus gelijk aan de probabiliteit dat  $U_i$  groter is dan alle andere utiliteiten. De mathematische uitwerking van deze probabiliteit veronderstelt dat de verdelingsfunctie van  $\varepsilon_i$  gekend is. Voor het Logit-model wordt de Weibull-verdeling genomen, voor het Probit-model de normale verdeling.

Ter verduidelijking moet ook een onderscheid gemaakt worden tussen het Logit en het Luce-model. Het Luce-model (Luce (1959)) veronderstelt dat het keuzegedrag van een individu probabilistisch is, maar dat het nut van elk alternatief een deterministische waarde aanneemt op een een-dimensionele schaal. Het keuzemodel zelf is vergelijkbaar met (1):

$$P_{ij} = V_{ij} / \sum_{j=1}^n V_{ij} \quad (4)$$

Op dit Luce-model is het gekende gravitatie- of attractiemodel van bv. Huff (1962) gebaseerd. In dat geval werd de "attractie" van alternatief  $j$  ( $V_j$ ) voorgesteld als een multiplicatieve functie van een aantal verklarende variabelen. Dit model wordt in deze multiattribuut versie ook wel het multiplicatief competitief interactief model genoemd. (Nakanishi en Cooper (1974); Jain en Mahajan (1981); Gautschi (1981)). Door de gelijkaardige structuur van het Luce en het Logit model en het feit dat beide IIA-modellen zijn worden ze vaak als equivalente vergelijkingsstandaarden beschouwd.

De besproken compensatorische modellen kunnen ook nog ingedeeld worden naar het type van similariteitscorrectie dat in het model toegepast wordt, en naar de dimensionaliteit van deze correctie. Bij de similariteitscorrectie onderscheidt men:

- paarsgewijze correctie: dit is de meest algemene en uitgebreide formulering, waarbij men de substitueerbaarheid per paar van alternatieven specificeert;

- correctie met gemiddelde similariteit: de similariteit fungeert als een “exclusiviteitsindex”: deze drukt uit hoe exclusief een alternatief gepositioneerd is tegenover alle andere in de keuzeset. Deze index wordt in de besproken studies uitgedrukt als een gemiddelde similariteit ten opzichte van alle andere alternatieven.

De specificatie van de correctiefactor kan uitgedrukt worden als een functie van andere variabelen (attributen) of als een eendimensionele substitueerbaarheidsschaal, voor beide types van correctie. Dit impliceert dat de similariteitscorrectie niet kan uitgevoerd worden ex ante, voor een nieuw alternatief, indien deze correctie eendimensioneel is. In dat geval moet het produkt geëvalueerd worden in een pretest, om deze correctie te kunnen toepassen.

Al deze aspecten geven volgende indeling:

TABEL II  
*Indeling compensatorische niet-IIA-modellen*

	Paarsgewijze correctie	Exclusiviteitsindex
Eendimensionele correctie	Batsell (1982) Rummelhart en Greeno (1971) Currim (1982)	Meyer en Eagle (1980) Huber en Sewall (1982)
Multidimensionele correctie	Hausman en Wise (1978) Gaudry en Wills (1979) Meyer en Eagle (1982) Meyer en Louvere (1981)	Huber en Sewall (1982) Batsell (1981)

De modellen zullen volgens deze indeling besproken worden. Een bespreking van niet-compensatorische modellen en een besluit over de vergelijking van beide types volgen.

### *B. Compensatorische non-IIA-modellen*

De vorm van de similariteitscorrectie is in beide gevallen gebaseerd op specifieke assumpties die voor elke cel uit tabel II zullen besproken worden met de daartoe behorende modellen.

#### 1. Paarsgewijze correctie

##### a. Eendimensionele correctie

De similariteit tussen twee alternatieven wordt niet verklaard door een

vorm van correlatie tussen bv. twee multidimensionele profielen. In andere woorden, de similariteit is op zichzelf een onbekende in het model. De onderzoeker heeft geen model dat bepaalt hoe deze similariteit tot stand komt. Hij vermoedt alleen dat deze een rol speelt en laat aan de schattingsprocedure (Maximum Likelihood, Least Squares) de taak om een coëfficiënt te vinden voor elk van de paarsgewijze similariteiten. De basis voor similariteit tussen twee alternatieven is ook verschillend:

- in de modellen van Batsell (1982) en Rummelhart en Greeno (1971) wordt verondersteld dat er een eendimensionele schaal van substitueerbaarheid bestaat, naast de utiliteitsschaal. Dit zijn dus uitbreidingen van het Luce model. In het model van Batsell (1982) stijgt de gemiddelde determinatiecoëfficiënt van .83 voor het Luce-model tot .90 voor het uitgebreide model. Voor 25 van de 49 proefpersonen is dit een statistisch significante verbetering. In de studie van Rummelhart en Greeno (1971) wordt het Luce-model verworpen op basis van een  $\chi^2$ -toets ten gunste van een non-IIA-model (i.e. het Restle-model (Restle (1961))).
- in het Probit model van Currim (1982) is de similariteit een correlatie tussen foutentermen van vergelijking (3), of tussen niet-gespecificeerde dimensies van paren van alternatieven. Deze dimensies kunnen zowel de attributen van het model zijn, als andere weggelaten dimensies. Deze laatste kunnen in principe aan het model worden toegevoegd, maar het is mogelijk dat ze geen significante invloed uitoefenen op de bepaling van het nut van een alternatief, wel op de perceptuele similariteit tussen 2 alternatieven (en langs deze omweg, ook op de keuzeprobabiliteiten). Uit de studie van Currim (1982) kan bv. de correlatie berekend worden tussen:
  1. de perceptuele similariteit tussen twee alternatieven op één dimensie.
  2. de parameters van de covariantie-matrix.

Deze correlaties bedragen .13, -.24 en .01 resp. voor de dimensie “netheid van het vervoermiddel”, “kostprijs”, en alle dimensies van het probleem samengenomen, wat aantoont dat er weinig of geen verband bestaat tussen de similariteit bepaald door de attributen van het model (met al dan niet statistisch significante parameters) en de correlaties tussen de foutentermen. Blijkbaar zijn dit twee verschillende definities voor similariteit, en komt de geschatte correlatie tot stand via andere dimensies dan diegene die in het model werden opgenomen. Dit ge-



brek aan overeenkomst heeft het bijkomend nadeel dat, voor de marktaandeelschatting van een nieuw alternatief, men niet weet welke covarianties te gebruiken. Deze worden inderdaad via het Probit-model geschat en zijn eigen aan de alternatieven waarop de steekproef gebaseerd werd. De perceptuele covariantie blijkt hier geen goed substituuut voor te zijn. Deze studie van Currim is ook de eerste die een reeks modellen op dezelfde niet-experimentele gegevens vergeleken heeft. Hij heeft twee IIA-modellen (Logit, Independent Probit) vergeleken met vier non-IIA modellen, nl. het Perceptual Interdependence model (Hausman en Wise (1978)), het Extreme Value Model (McFadden (1977)), het Negatieve Exponential Model (Daganzo (1979)) en het Generalized Probit Model (Daganzo (1979)). Op basis van marktaandeelvoorspellingen voor de bestaande alternatieven, kwam hij tot het besluit dat IIA-modellen minder goed voorspellen, en dat van de non-IIA-modellen, het veralgemeend Probit model de beste resultaten leverde. Dit is gedeeltelijk te verklaren door het feit dat de modellen van McFadden (1977) en Daganzo (1979) speciale gevallen zijn die beide door het meer algemene Probit model kunnen weergegeven worden.

#### b. Multidimensionele specificatie van similariteit

Het model van Hausman en Wise (1978) specificeert daarentegen wel de covariantie tussen twee alternatieven als een explicite functie van de attributen van het probleem. Vandaar ook de naam "Perceptual Interdependence". Uit twee toepassingen (Currim (1982), Hausman en Wise (1978)) is echter gebleken dat het model niet beter presteerde dan IIA-modellen, en minder goed dan het veralgemeend Probit model. Het model van Meyer (Meyer en Eagle (1982); Meyer en Louvere (1981)) veronderstelt dat de parameters van de nutsfunctie in het Logit model afhankelijk zijn van alle attributen van alle andere alternatieven, waardoor de ratio  $P_i/P_j$  afhankelijk wordt van andere alternatieven. Het model incorporeert dus naast de afzonderlijke variabelen, ook alle paarsgewijze interacties tussen een attribuut en alle anderen, waarvoor telkens een coëfficiënt moet geschat worden. Het model is echter niet meer logisch consistent<sup>4</sup> als meer dan twee alternatieven beschouwd worden. De twee vermelde toepassingen gebeurden op paarsgewijze vergelijkingen. In dat geval is er geen IIA-probleem omdat similariteit geen rol speelt in een keuzeset met 2 alternatieven. Het "Dogit"-model (Gaudry en Wills (1979), Gaudry en Dagenais (1979), Gaudry (1981)) behoort onrechtstreeks ook tot deze categorie,

alhoewel er geen paarsgewijze parameters geschat worden. Het is een non-IIA-model omdat de ratio  $P_i/P_j$  in principe afhangt van alle andere alternatieven. Het originele in dit model berust in het feit dat deze afhankelijkheid varieert van paar tot paar. Er kunnen dus probabiliteitsratio's zijn die wel onafhankelijk zijn van derde alternatieven. (Bv. 2 exclusieve merken binnen 1 markt). De modelspecificatie kan dit verduidelijken:

$$P_i = e^{V_i} + \theta_i \cdot \sum_j e^{V_j} / (1 + \sum_j \theta_j) \cdot \sum_j e^{V_j} \quad (5)$$

waarbij:  $V_i = \sum_{k=1}^{\lambda} \beta_k X_{ik\lambda}$

$\theta_i$  = te schatten parameter, eigen aan alternatief  $i$ , die de invloed weergeeft van de attributen van alle alternatieven in de keuzeset.

De probabiliteitsratio voor (5) is:

$$P_i/P_j = \frac{e^{V_i} + \theta_i \sum_j e^{V_j}}{e^{V_j} + \theta_j \sum_j e^{V_j}}$$

Indien  $\theta_i = \theta_j = 0$  voor alle alternatieven, bekomt men het Logit-model (1). In één van de 2 toepassingen (Gaudry en Wills (1979)) werd een significante verbetering vastgesteld, met een stijging van de  $R^2$  van .80 voor het Logit-model tot .95 voor het Dogit-model, terwijl dit bij de andere toepassing niet het geval was.

## 2. Correctie met gemiddelde similariteit

### a. Eendimensionele correctie

De similariteit wordt hier buiten het model bepaald en is geen expliciete functie van attributen van de alternatieven. De correctie geeft de gemiddelde similariteit weer tussen alternatief  $i$  en de andere uit de keuzeset van persoon  $j$ .

De studie van Meyer en Eagle (1980) gebruikte de gemiddelde similariteitsscore  $\bar{\gamma}$  in het volgende model:

$$P_i = e^{V_i} \cdot \bar{\gamma}_i^\alpha / \sum_{j=1}^n e^{V_j} \cdot \bar{\gamma}_j^\alpha \quad (6)$$

waarbij  $V_i = \sum_{k=1}^{\lambda} \beta_k \cdot X_{ijk}$   
 $\alpha$  = te schatten parameter  
 $\bar{\gamma}$  = gemiddelde similariteit van alternatief  $i$ .

De bijkomende variabele betekende, in vergelijking met het Logit-model (1), een verbetering in  $R^2$  van .07 (van .81 naar .88).

Dit model werd ook gebruikt in de studie van Huber en Sewall (1982), waarbij  $\gamma_i$  gebaseerd was op de voorkeursrangordecorrelatie tussen 2 alternatieven. De verbetering in  $R^2$  t.o.v. het Logit-model was vrij klein (.014), maar toch nog groter dan met het Batsell model (Batsell (1982)) met 150 variabelen.

#### b. Multidimensionele correctie

De exclusiviteit wordt bepaald door de attribuutwaarden van alle alternatieven in de keuzeset. Tot deze categorie behoort het model van Batsell (1981):

$$P_i = e^{V_i} \cdot e^{S_i} / \sum_{j=1}^n e^{V_j} \cdot e^{S_j} \quad (7)$$

waarbij  $V_i = \sum_{k=1}^{\lambda} \beta_k \cdot X_{ijk}$   
 $S_i = \frac{1}{N_c} \sum_{k=1}^{\lambda} \beta'_k \sum_{j=1}^n |X_{ik} - X_{jk}|$  (8)  
 = gemiddelde substitueerbaarheid van alternatief  $i$

$\beta'_k$  = te schatten parameter  
 = bijdrage van attribuut  $k$  tot de substitueerbaarheid

$N_c$  = aantal alternatieven in de keuzeset van deze persoon

De gemiddelde substitueerbaarheid  $S_i$  wordt bepaald door de gemiddelde gewogen absolute afstand tussen alle paren over alle attributen. Een toepassing van het model leverde echter geen significante verbetering op, wat ook de bevinding was van Huber en Sewall (1982) voor een multiattribuut specificatie van  $\bar{\gamma}$  in (6).

Uit de resultaten van de compensatorische non-IIA-modellen kan men een globale trend onderkennen: de specificatie van similariteit als een functie van de modelattributen (d.w.z. diegene die ook het nut bepalen) levert weinig significante resultaten op, alhoewel als uitzondering het Dogit-model door zijn flexibele formulering veel beloften

inhoudt. De eendimensionele correctie daarentegen werkt meestal goed, en alleszins beter dan het multidimensionele type, omwille van de algemene specificatie van de similariteitsmatrix. Deze laat echter niet toe voorspellingen te maken voor nieuwe alternatieven, wat in een multidimensionele specificatie van de similariteitscorrectie wel het geval is.

### 3. Twee voorbeelden van compensatorische non-IIA-modellen

#### a. Non-IIA-model met paarsgewijze correctie: het veralgemeend Probit model (Daganzo (1979)).

Dit model laat, in tegenstelling tot het Logit-model, verschillende varianties en covarianties tussen de afwijkingstermen  $\varepsilon_{ij}$  toe. Deze specifieke structuur laat dus toe de similariteit tussen 2 alternatieven uit te drukken als een covariantie tussen hun respectievelijke afwijkingstermen. Daganzo (1979) heeft via simulatie aangetoond dat een verschil in specificatie van de variantie-covariantie matrix  $\Sigma$  een invloed heeft op de uiteindelijke keuzeprobabiliteiten. Als input voor ons autokeuze-probleem heeft het Probit-model voor elk individu uit de steekproef de volgende gegevens nodig: de percepties van de 4 alternatieven op de 3 dimensies (alhoewel de grootte van de keuzeset mag verschillen per individu) en de keuze van elk individu (index van het weerhouden alternatief). Via een maximum likelihoodprocedure worden de coëfficiënten van de 3 attributen en de 10 elementen van  $\Sigma$  (4 varianties, 6 covarianties) geschat.

Het Probit-model kan voor 4 alternatieven als volgt voorgesteld worden:

$$P_1 = \int_{u_1 = -\infty}^{u_1 = +\infty} \int_{u_2 < u_1} \int_{u_3 < u_1} \int_{u_4 < u_1} [(2\pi)^4 |\Sigma|]^{1/2} \cdot \exp\left[\frac{1}{2} (\underline{U} - \underline{V}) \Sigma^{-1} (\underline{U} - \underline{V})^T du_1 du_2 du_3 du_4\right] \quad (9)$$

waarbij  $P_1$  = probabiliteit om alternatief 1 te kiezen

$\underline{U}$  = de vector van utiliteiten

$V_i = \sum_{k=1}^3 \beta_k X_{ik}$  = de gemiddelde utiliteit van alternatief  $i$

$\underline{V}$  = de vector van gemiddelde utiliteiten

$\Sigma$  = de variantie-covariantie matrix.

De functie die uiteindelijk gemaximiseerd wordt is de loglikelihood-functie:

$$\log L(\beta, \Sigma) = \sum_{n=1}^N \log P_{c(n)}(\beta, \Sigma) \quad (10)$$

waarbij  $P(\beta, \Sigma)$  bepaald is in (9)

$N$  = aantal personen in de steekproef

$c(n)$  = index van het gekozen alternatief, uit de keuzeset van individu  $n$ .

De maximalisatie over de vector  $\beta$  en de matrix  $\Sigma$  waarborgt totnutoe geen globaal maximum, alhoewel de "fit" beter is dan bij andere modellen waarbij het globaal optimum wel gevonden wordt.

b. Non-IIA model met gemiddelde similariteitscorrectie: Batsell (1981)

Het model van Batsell (1981) kan ter illustratie voor ons autokeuze-probleem uitgeschreven worden als een uitgebreid Logit-model:

$$P_i = \frac{e^{\left\{ \sum_{k=1}^3 \beta_k X_{ik} + \sum_{k=1}^3 \beta'_k \cdot \overline{X_{ik}} + \varepsilon_i \right\}}}{\sum_{j=1}^4 e^{\left\{ \sum_{k=1}^3 \beta_k X_{jk} + \sum_{k=1}^3 \beta'_k \cdot \overline{X_{jk}} + \varepsilon_j \right\}}} \quad (11)$$

waarbij  $\overline{X_{ik}}$  = de gemiddelde absolute afstand tussen alternatief  $i$  en de andere alternatieven, op dimensie  $k$ .

$\beta'_k$  = de invloed op  $P_i$  van een "exclusieve" positionering op dimensie  $k$ .

De coëfficiëntenvectoren  $\beta_k$ ,  $\beta'_k$  worden bv. geschat via lineaire regressie op een transformatie van vergelijking (11) (Nakanishi en Cooper (1974)). Impliciet in deze formulering is de veronderstelling dat zowel het eigen nut als de substitueerbaarheid een functie zijn van de 3 attributen van ons voorbeeld.

### C. Niet compensatorische non-IIA-modellen

Alhoewel er verschillende types van niet-compensatorische modellen

bestaan, zal er vooral aandacht besteed worden aan het meest representatieve model, nl. het lexicografisch model. Het principe is vrij eenvoudig: men vertrekt van een rangorde van de attributen; alle alternatieven worden eerst vergeleken op het meest belangrijke attribuut, en alleen die alternatieven worden weerhouden die aan een minimum eis voldoen, of die het best scoren op deze dimensie. De weerhouden alternatieven worden vervolgens vergeleken op de tweede belangrijkste dimensie, enz., totdat tenslotte één alternatief weerhouden wordt. In dit opzicht kan een slechte score op een bepaalde dimensie niet gecompenseerd worden, omdat het alternatief niet weerhouden wordt voor een volgende vergelijking. In wat volgt zal een probabilistische variante op dit model besproken worden, nl. het Hierarchical Elimination Model (HEM) (Tversky en Sattath (1979)). Daar dit model een vereenvoudiging is van het Elimination-By-Aspects Model (EBA) (Tversky (1972)), zal het eerste model alleen besproken worden. Fundamenteel in de “aspects”-modellen (HEM, EBA) is de hypothese dat elk object een verzameling van aspecten is, waarbij een aspect een eigenschap voorstelt dat een alternatief al dan niet bezit.

Het HEM-model is verder gebaseerd op de volgende assumpties:

- de aspecten (eigenschappen) passen in een boomstructuur, waar elk een vaste plaats bekleeft in de hiërarchie. Deze plaats hangt af van het nut van het aspect. Deze structuur is op voorhand gekend en wordt bv. bepaald via clustering van similariteitsgegevens. De benaming van de aspecten is niet gekend;
- elk aspect heeft zijn nut;
- het nut van een alternatief wordt bepaald door de som van de aspect-utiliteiten die het bezit;
- aspecten worden sequentieel behandeld, vertrekkende met het meest belangrijke. Bezit een alternatief dat aspect niet, dan wordt het geëlimineerd;
- de onbekende parameters zijn de aspect-utiliteiten;
- de probabilmiteit om een bepaald alternatief te kiezen uit een keuzeset is het produkt van de probabilmiteiten om dat alternatief te kiezen in elke stap van het eliminatieproces, d.w.z., bij elk attribuut.

Indien we in het autovoorbeeld de aspecten als volgt definiëren:

- zuinig               = score van 2 of meer
- duurzaam       = score van 2 of meer
- comfortabel   = score van 2 of meer,

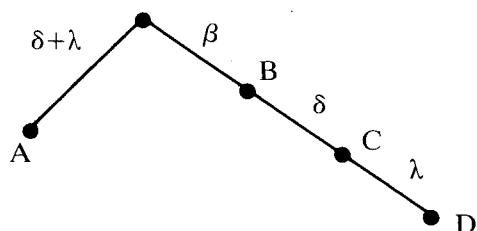
dan krijgen we de volgende aspectenmatrix:

alternatief	zuinig?	comfortabel?	duurzaam?
A	N	J	J
B	J	N	N
C	J	N	J
D	J	J	J

(J = bezit het aspect; N = bezit het niet)

Uit deze matrix blijkt dadelijk dat het HEM model alternatief D zal weerhouden omdat D als enige de 3 “aspecten” bezit<sup>5</sup>.

De basisstructuur voor deze beslissing wordt dan:



De parameters  $\beta$ ,  $\delta$  en  $\lambda$  zijn de aspect-utiliteiten. De utiliteiten van alternatieven A, B, C en D zijn resp.  $\delta+\lambda$ ,  $\beta$ ,  $\beta+\delta$ ,  $\beta+\delta+\lambda$ . De probabieliteit om D te kiezen is:

$$\begin{aligned}
 P(D) &= P(\{B, C, D\} / \{A, B, C, D\}) \times P(\{C, D\} / \{B, C, D\}) \times P\{D / \{C, D\}\} \\
 &= \left( \frac{\beta + \delta + \lambda}{\beta + 2\delta + 2\lambda} \right) \times \left( \frac{\delta + \lambda}{\beta + \delta + \lambda} \right) \times \left( \frac{\lambda}{\delta + \lambda} \right)
 \end{aligned}$$

De afgebeelde boomstructuur impliceert dat naarmate men afdaalt langs de aftakkingen, de substitueerbaarheid tussen alternatieven gelegen aan een aftakking toeneemt, en afneemt tussen alternatieven van verschillende takken. De substitueerbaarheid (similariteit) tussen C en D is het grootst in dit geval, alhoewel in Euclidische afstand<sup>6</sup> D het dichtst bij A gelegen is. Het is deze impliciete similariteitsdifferentiatie die het HEM model als een non-IIA-model karakterizeert. In dit opzicht is het HEM principe vergelijkbaar met andere hiërarchische clusteringmethodes waarbij perceptuele substitueerbaarheid van het HEM model vervangen wordt door een rechtstreekse (op het gedrag gebaseerde) maatstaf voor substitutie (“switching”) (Rao en Sabavala (1981), Kalwani en Morrison (1979)).

#### D. *Besluit*

Wat de compensatorische modellen betreft, stelt men vast dat de helft van het aantal studies een significante verbetering op, of verwerping van het alternatief IIA-model inhoudt. Dit geldt voor de uitbreidingen van Meyer en Eagle (1980), Batsell (1982), Currim (1982), Gaudry en Wills (1979) voor één van de twee studies, en tenslotte Rummelhart van Greeno (1971). In de andere gevallen was de similariteitsuitbreiding niet statistisch significant. Dit geldt voor de modellen met multidimensionale similariteitscorrectie: Hausman en Wise (1978), Huber en Sewall (1982) en Batsell (1981).

Het is alleszins opvallend dat de IIA-modellen zelf al een groot gedeelte van de totale variantie (in de keuzeprobabiliteiten) verklaren. Een studie van Batsell (1979) getuigt hiervan: in 5 verschillende experimenten werd het Luce-model geschat, en werd een  $R^2$  bekomen van resp. .92, .82, .86, .87 en .88. Latere uitbreidingen werden gerealiseerd ten koste van een groter aantal variabelen (bv. 150 voor het Batsell-model (1982)), met een automatische stijging van de  $R^2$  als gevolg, en/of een grotere mathematische complexiteit, waardoor de eigenschappen van het model soms, volgens de auteurs, niet meer onder controle gehouden worden. Het model van Meyer en Louvere (1981) is bv. niet meer logisch consistent.

Sommige van deze aanpassingen zijn trouwens gebeurd op een ad-hoc basis, waarbij het model werd aangepast in functie van het effect op de keuzeprobabiliteiten dat de onderzoeker wenste te realiseren, en niet in functie van een evaluatieproces dat aan de basis van de keuze zou liggen: "Our approach to this problem is as follows: one way of looking at 'what went wrong' ... is that we 'overcounted' in the denominator ..., and 'undercounted' in the denominator of the expression for the dissimilar alternative. Hence it follows that we could always have sidestepped the problem by introducing empirical 'correction' factors ...". (Meyer en Eagle (1980), pp. 16-17).

Voor niet-compensatorische modellen kan men besluiten dat de voorspellingskracht bevredigend is (Recker en Golob (1979), Gensch en Svestka (1979)), of zelfs beter dan een compensatorisch model in één geval (Foerster (1979)), alhoewel de twee "aspect"-modellen (EBA, HEM) niet vergeleken werden met het Luce-model op basis van voorspellingskracht, maar op basis van bepaalde voorwaarden waaraan de geobserveerde keuzeprobabiliteiten moesten voldoen.



Deze voorwaarden werden afgeleid resp. van het Luce en het EBA of HEM model.

Aspect-modellen hebben het nadeel dat het aantal te schatten parameters (d.w.z. het “nut” van elk aspect) vrij groot is, vergeleken met het aantal beschikbare observaties. Daarbij is het niet duidelijk hoe de voorspelling van de keuzeprobabiliteit van een nieuw alternatief (d.w.z. een nieuwe aspectencombinatie) moet gebeuren.

Het vergelijken van compensatorische en lexicografische (of andere niet-compensatorische) modellen moet vooral gebeuren via het voorspellen van de keuzeprobabiliteiten of marktaandelen, en in dit opzicht is nog te weinig werk verricht om een duidelijke uitspraak te kunnen maken. Op basis van de huidige evidentie mag men besluiten dat de similariteitscorrectie in compensatorische modellen een significante verbetering inhoudt in bepaalde gevallen (paarsgewijze eendimensionale correctie). Van de 7 studies over compensatorische non-IIA-modellen met niet-studenten als steekproefobservaties, waren 5 zonder enige verbetering, terwijl de 3 overige studies met studenten, wel “succes” hadden. Misschien ligt hier een verdoken waarschuwing voor de twijfelachtige externe geldigheid van de resultaten van deze studies.

Er kunnen dus zeker een aantal suggesties voor verder onderzoek geformuleerd worden:

- er zijn meer toepassingen nodig op niet-experimentele stimuli, in een realistische context, en met consumenten als proefpersonen, om IIA en non-IIA-modellen te vergelijken op dezelfde gegevens, daar de bepaling van de beste correctie een empirisch probleem is. Er bestaat geen normatief model voor de beste similariteitscorrectie.
- er is meer onderzoek vereist naar de omstandigheden die bepalen wanneer de IIA-assumptie al dan niet een probleem is. (Bv. de dimensionaliteit van de objecten);  
naar het verband tussen een similariteitsmatrix afgeleid van consumentenpercepties en de geschatte similariteiten van een keuzemodel. In het veralgemeend Probit-model (Currim (1982)) is er bv. geen verband. In andere studies werd dit niet nagegaan. Dit doet ook de vraag rijzen hoe men similariteit bepaalt, hoe deze tot stand komt (d.w.z. wat is het functioneel verband tussen attribuutwaarden en similariteiten?). Kan similariteit voorgesteld worden als een compensatorisch proces, zoals dit voor een correlatie tussen twee attribuutprofielen het geval is, of als een niet-compensatorisch proces?

naar het mentaal proces waardoor similariteit het keuzeproces en de uitkomst daarvan beïnvloedt;  
en tenslotte naar het keuze-proces zelf. Gebeurt de keuze via een compensatorisch of een niet-compensatorisch model, of een combinatie van beide?

Al deze vragen wijzen naar de behoefte om van naderbij het individueel keuzeproces te bestuderen. Hoe wordt informatie omtrent attributen en alternatieven verzameld, verwerkt en gecombineerd, om tot een keuze te komen? In de volgende paragraaf zal een kort overzicht gegeven worden van enkele bevindingen op het gebied van individuele informatieverwerking.

### III. INFORMATIEVERWERKING, SIMILARITEIT EN KEUZE

De onderverdeling van keuzemodellen naar al dan niet-compensatorische vorm weerspiegelt de twee grote stromingen op het gebied van individuele informatieverwerking, nl. de simultane vergelijking van alternatieven op hun relevante dimensies, versus de sequentiële vergelijking per attribuut.

Alhoewel ook op dit gebied, onderzoek nog niet heeft kunnen uitmaken welk model al dan niet opgaat, zijn toch enkele algemene besluiten tot stand gekomen: compensatorische en andere keuzemodellen sluiten elkaar niet uit, maar worden in bepaalde gevallen samen gebruikt (Wright (1975); Pras en Summers (1975)). Het niet-compensatorisch model wordt gebruikt om het initieel aanbod van alternatieven uit te dunnen door alle alternatieven die op een of meerdere dimensies onaanvaardbaar zijn, te elimineren. De aanvaardbare alternatieven worden dan vergeleken via een compensatorisch model. Deze procedure laat de beslissingsnemer toe eerst zijn keuzeset te vereenvoudigen, en dan een optimale keuze te maken. Deze tweestaps-strategie werd in een studie van Foerster (1979) vergeleken met andere modellen en bleek de individuele keuze beter te kunnen voorspellen dan een compensatorisch model alleen.

De beslissing om al dan niet compensatorisch te evalueren hangt volgens deze studies af van de complexiteit van de evaluatietaak: bij een toenemend aantal alternatieven en/of dimensies zou overgestapt worden naar een niet-compensatorisch model, al dan niet gevolgd door een compensatorisch model, daar het eerste model ook kan leiden tot een uiteindelijke keuze. Deze keuze zal echter niet noodzakelijk het

hoogste nut leveren. Dit is dan ook het grote verschil tussen beide strategieën: een compensatorisch model is wel moeilijker te gebruiken, maar zoekt naar het beste alternatief; een niet-compensatorisch model vereenvoudigt de evaluatie, maar waarborgt geen optimaliteit (d.w.z. maximaal nut). Het gebruik van beide modellen zal dus waarschijnlijk verschillende voorspellingen opleveren, en verschillende strategische implicaties inhouden<sup>7</sup>. In een lexicografisch model moet de aanbieder van een alternatief ervoor zorgen dat zijn produkt goed scoort op de belangrijkste dimensies. Het is dus van groot belang te onderzoeken welke specifieke evaluatiestrategieën gebruikt worden, ten einde te weten te komen welke informatie gebruikt wordt en hoe deze informatie een evaluatie tot stand doet komen.

Twee belangrijke experimenten (Russo en Rosen (1975); Sheluga, Jaccard en Jacoby (1979)) hebben aangetoond dat van de volledige informatiematrix ( $n$  alternatieven  $\times k$  dimensies) maar een gedeelte gebruikt wordt voor de keuze, en dus niet alle cellen van deze matrix, zoals impliciet wordt aangenomen in alle compensatorische modellen. Daarenboven toonde het eerste experiment aan dat alternatieven paarsgewijs worden vergeleken, en dat eerst de meest gelijkende paren in de evaluatie worden gebruikt. Twee andere experimenten (Huber, Payne en Puto (1982); Huber en Puto (1982)) schijnen deze bevindingen van Russo en Rosen te bevestigen: door het inbouwen van een similariteitsrelatie, wordt de beslissingsnemer aangespoord (door zijn gemakzucht) om eerst gelijkende alternatieven te vergelijken. Als op deze wijze alternatieven vergeleken worden, mag men betwijfelen of één van de vroeger vermelde modellen dit keuzeproces juist weergeeft, en veel belangrijker, of men zich op zo'n keuzemodel mag baseren om strategische beslissingen te nemen.

#### IV. BESLUIT

Alhoewel het aantal studies in dit domein getuigt van de wil van onderzoekers binnen en buiten Marketing om het IIA-probleem op te lossen, werd er totnutoe feitelijk te weinig vergelijkend onderzoek verricht om uit te maken of IIA-modellen werkelijk overtroffen worden, in welke omstandigheden en door welke alternatieve non-IIA-modellen. Het experimenteel karakter van de vergelijkingen doet ook vragen rijzen omtrent de externe geldigheid van deze bevindingen. Bij de keuze tussen compensatorische en niet-compensatorische, IIA en non-

IIA-modellen ontbreekt het nog meer aan empirisch onderzoek in realistische omstandigheden. Dit is des te meer vereist daar de implicaties voor het opbouwen van een marketing strategie in beide gevallen verschillend zijn. Om uit deze impasse te komen, kan het onderzoek toegespitst worden op twee verschillende domeinen:

- een pragmatische vergelijking van keuzemodellen, via statistische studies, op niet-experimentele gegevens, waaruit dan hopelijk tendenzen kunnen afgeleid worden i.v.m. het IIA-probleem;
- een meer fundamentele benadering, waarbij men niet het gedrag via een model tracht te bevatten totdat een hoge mate van overeenkomst (“goodness-of-fit”) wordt bekomen, maar die poogt het individuele evaluatie- en keuzeproces te analyseren en te beschrijven, zodat een toetsbaar, situatie-specifiek model kan opgebouwd worden.

Meer specifiek is er behoefte aan experimenteel onderzoek om vast te stellen:

- hoeveel en welke informatie een beslissingsnemer werkelijk gebruikt;
- hoe deze informatie gebruikt en gecombineerd wordt;
- welke factoren, eigen aan de taak en de persoon, bepalend zijn voor de selectie van een bepaalde evaluatiestrategie (zoals de hoeveelheid informatie, de variabiliteit op sommige dimensies, het risico verbonden aan de keuze, de perceptuele relaties tussen alternatieven);
- hoe similariteit tot stand komt (is deze bv. tussen twee alternatieven constant, ongeacht wijzigingen in de keuzeset?);
- hoe similariteit de keuze beïnvloedt.

#### NOTEN

1. Hoeveel dit verlies zou moeten zijn, is een louter empirisch probleem. De hypothese is alleen directioneel: meer gelijkende alternatieven verliezen ceteris paribus meer dan andere.
2. De meest voorkomende term “IIA” is feitelijk slecht gekozen omdat er juist problemen ontstaan bij afhankelijkheid van relevante alternatieven, en niet van irrelevante alternatieven (d.w.z. irrelevant voor de keuze). Een betere benaming zou zijn: “Independence from Third Alternatives”.
3. Andere niet-compensatorische modellen zijn o.a. het disjunctief, conjunctief, maximin, maximax en het dominance model (cfr. Foerster (1979)).

4. Een keuzemodel is logisch consistent indien de keuzeprobabiliteiten aan de volgende voorwaarde voldoen:

$$\sum_{j=1}^n P_{ij} = 1.0 \quad (n = \text{aantal alternatieven})$$

5. Let wel:  $D$  heeft in het Logit-model niet het maximale nut (cfr. Tabel I).
6. De Euclidische afstand  $d_{ij}$  tussen 2 objecten wordt als volgt uitgedrukt:

$$d_{ij} : \left\{ \sum_{k=1}^{\lambda} \beta_k (X_{ik} - X_{jk})^2 \right\}^{1/2} \quad (\lambda = \text{aantal attributen})$$

7. In enkele toepassingen stelden onderzoekers vast dat een lexicografisch model beter de keuze kan voorspellen (Foerster (1979)) of tenminste even goed als een compensatorisch model (Gensch en Svestka (1979)), wat vragen doet rijzen i.v.m. de nutsmaximalisatiehypothese in het Logit- en het Probit-model.

## REFERENTIES

- Albers, S. and Brockhoff, K., 1977, A Procedure for New Product Positioning in an Attribute Space, *The European Journal of Operations Research* 1, 230-238.
- Batsell, R. R., 1979, *On the Empirical Validity of the Luce Choice Model*, (Working Paper no. 79-031, Marketing Department Working Paper Series, University of Pennsylvania, The Wharton School).
- Batsell, R. R., 1981, *A Multiattribute Extension of the Luce Model Which Simultaneously Scales Utility and Substitutability*, in Huber, J. ed., *The effect of Item Similarity on Choice Probabilities. A Collection of Working Papers*, (Graduate School of Business Administration, Duke University), 4-23.
- Batsell, R. R., 1982, *A Simple Extension of the Luce Model Which Simultaneously Scales Utility and Substitutability*, in Sheth, J.N. ed., *Choice Models for Buyer Behavior* (Research in Marketing, Supplement 1, JAI Press, Greenwich), 243-258.
- Batsell, R. R. and Lodish, L. M., 1981, A Model and Measurement Methodology for Predicting Individual Consumer Choice, *Journal of Marketing Research* 18, 1-12.
- Burger, P. C., Gundee, H. and Lavidge, R., 1981, COMP: *A Comprehensive System for the Evaluation of New Products*, In Wind, Y., Mahajan, V. and Cardozo, R., eds., *New Product Forecasting Models*, Lexington, 269-284.
- Currim, I. S., 1981, Using Segmentation Approaches for Better Prediction and Understanding from Consumer Mode Choice Models, *Journal of Marketing Research* 18, 301-309.
- Currim, I. S., 1982, Predictive Testing of Consumer Choice Models Not Subject to Independence of Irrelevant Alternatives, *Journal of Marketing Research* 19, 208-222.
- Daganzo, C., 1979, *Multinomial Probit. The Theory and Its Application To Demand Forecasting* (Academic Press, New York).
- Domencich, T., and McFadden, D., 1975, *Urban Travel Demand: A Behavioral Analysis*, (North-Holland, Amsterdam).
- Foerster, J. F., 1979, Mode Choice Decision Process Models: a Comparison of Compensatory and Non-compensatory Structures, *Transportation Research* 13A, 17-28.
- Gaudry, M., 1981, The Inverse Power Transformation Logit and Dogit Mode Choice Models, *Transportation Research* 15 B, 97-103.
- Gaudry, M. and Dagenais, M. G., 1979, The Dogit Model, *Transportation Research* 13 B, 105-111.

- Gaudry, M., and Wills, M.J., 1979, Testing the Dogit Model with Aggregate Time-Series and Cross-sectional Travel Data, *Transportation Research* 13 B, 155-166.
- Gautschi, D.A., 1981, Specification of Patronage Models for Retail Center Choice, *Journal of Marketing Research* 18, 162-174.
- Gensch, D.H., and Svestka, J.A., 1979, An Exact Hierarchical Algorithm for Determining Aggregate Statistics from Individual Choice Data, *Management Science* 25, 939-952.
- Green, P.E., Carroll, J.D., and Goldberg, S.M., 1981, A General Approach To Product Design Optimization via Conjoint Analysis, *Journal of Marketing* 45, 17-37.
- Hauser, J.R., and Urban, G.L., 1977, A Normative Methodology for Modeling Consumer Response to Innovation, *Operations Research* 25, 579-619.
- Hausman, J.A. and Wise, D.A., 1978, A Conditional Probit Model for Qualitative Choice: Discrete Decisions Recognizing Interdependence and Heterogeneous Preferences, *Econometrica* 46-2, 403-426.
- Huber, J. and Puto, C., 1982, *Market Boundaries and Product Choice: Illustrating Attraction and Substitution Effects*, Working Paper (The Fuqua School of Business, Duke University).
- Huber, J., Payne, J.W. and Puto, C., 1982, Adding Asymmetrically Dominated Alternatives: Violations of Regularity and the Similarity Hypothesis, *Journal of Consumer Research* 9, 90-98.
- Huber, J. and Sewall, M., 1982, *Market Structure from Indices of Competitive Substitutability*, in Srivastava, R.K., and Shocker, A.D., eds., *Analytic Approaches to Product and Marketing Planning: the Second Conference*, (Marketing Science Institute, Cambridge, Massachusetts), 7-16.
- Huff, D., 1962, *Determination of Intra-Urban Retail Trade Areas* (Los Angeles: Real Estate Research Program, UCLA).
- Jain, A.K. and Mahajan, V., 1979, Evaluating the Competitive Environment in Retailing Using Multiplicative Competitive Interactive Model, in Sheth, J.N. ed., *Research in Marketing* 2, (JAI Press, Greenwich), 217-236.
- Kalwani, M.V. and Morrison, D.G., 1977, A Parsimonious Description of the Hendry System, *Management Science*, 23, 467-477.
- Luce, R.D., 1959, *Individual Choice Behavior: a Theoretical Analysis*, (Wiley, New York).
- McFadden, D., 1977, *Quantitative Methods for Analyzing Travel Behavior of Individuals. Some Recent Developments*, (Proceedings of the 3rd International Conference on Behavioral Travel Modelling, Adelaide, Australia).
- Meyer, R.J. and Eagle, T.C., 1980, *An Alternative Non-hierarchical Approach to Modeling the Effect of Item Similarity in Choice*, unpublished working paper.
- Meyer, R.J. and Eagle, T.C., 1982, Context-Induced Parameter Instability in a Disaggregate-Stochastic Model of Store Choice, *Journal of Marketing Research* 19, 62-71.
- Meyer, R.J. and Louvere, J.J., 1981, *Multiattribute Parameter Shifting: An Approach to Modelling Context and Dominance Effects in Individual Choice Behaviour*, in Huber, J. ed., *The Effect of Item Similarity on Choice Probabilities. A Collection of Working Papers*, (Graduate School of Business Administration, Duke University), 62-104.
- Naert, P. and Bultez, A., 1973, Logically Consistent Market Share Models, *Journal of Marketing Research* 10, 334-340.
- Nakanishi, M. and Cooper, L., 1974, Parameter Estimation for a Multiplicative Competitive interaction Model – Least Squares Approach, *Journal of Marketing Research* 11, 303-311.
- Pras, B. and Summers, J., 1975, A Comparison of Linear and Nonlinear Evaluation Process Models, *Journal of Marketing Research* 12, 276-281.

- Rao, V. R., and Sabavala, D. S., 1981, Inference of Hierarchical Choice Processes from Panel Data, *Journal of Consumer Research* 8, 85-96.
- Rao, V. R. and Winter, F., 1978, An Application of the Multivariate Probit Model to Market Segmentation and Product Design, *Journal of Marketing Research* 15, 361-368.
- Recker, W. W., and Golob, T. F., 1979, A Non-Compensatory Model of Transportation Behavior Based on Sequential Consideration of Attributes, *Transportation Research* 13 B, 269-280.
- Restle, F., 1961, *Psychology of Judgement and Choice*, (Wiley, New York).
- Rummelhart, D. L., and Greeno, J. G., 1971, Similarity Between Stimuli: An Experimental Test of the Luce and Reste Choice Models, *Journal of Mathematical Psychology* 8, 370-381.
- Russo, J. E., and Rosen, L. D., 1975, An Eye Fixation Analysis of Multialternative Choice, *Memory and Cognition* 3(3), 267-276.
- Sheluga, D. A., Jaccard, J. and Jacoby, J., 1979, Preference, Search and Choice: An Integrative Approach, *Journal of Consumer Research* 6, 166-176.
- Silk, A. and Urban, G. L., 1978, Pre-test Market Evaluation of New Packaged Goods: A Model and Measurement Methodology, *Journal of Marketing Research* 15, 171-191.
- Tversky, A., 1972, Elimination By Aspects: A Theory of Choice, *Psychological Review* 79-4, 281-299.
- Tversky, A. and Sattath, S., 1979, Preference Trees, *Psychological Review* 86-6, 542-573.
- Urban, G. L., 1975, Perceptor: A Model for Product Positioning, *Management Science* 21, 858-871.
- Westin, R., and Watson, P., 1975, Reported and Revealed Preferences as Determinants of Mode Choice Behaviour, *Journal of Marketing Research* 12, 282-289.
- Wright, P., 1975, Consumer Choice Strategies: Simplifying vs. Optimizing, *Journal of Marketing Research* 12, 60-67.
- Zufryden, F. S., 1979, ZIPMAP: A 0,1 Integer Programming Model for Market Segmentation and Product Positioning, *Journal of the Operations Research Society* 30-1, 63-70.